ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES ARTS ET INDUSTRIES TEXTILES - ROUBAIX

CONCOURS D'ENTREE - Session 1986 **2ème épreuve de Mathématiques** durée : 2 h

Cette épreuve est destinée aux élèves des classes de Mathématiques Spéciales M, P, T et TA.

Lors de la correction de l'épreuve, il sera tenu compte :

- **de la clarté de la rédaction**
- **de la rigueur des raisonnements**
- **du choix de la solution proposée.**

Dans l'espace affine euclidien rapporté à un trièdre orthonormé $(0 ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère la courbe $(\mathcal{C})$ ensemble des points M (t) de coordonnées :

$$M(t) \quad \begin{cases} x(t) = \cos t\,(1 + \cos t) \\ y(t) = \sin t\,(1 + \cos t) \\ z(t) = 1 + \cos t \end{cases}$$

t appartenant à $\mathbb{R}$.

Soient $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_3)$ les projections de $(\mathcal{C})$ respectivement sur les plans de coordonnées xOy, yOz et xOz.

- I -

1) Etudier et construire $(\mathcal{C}_1)$

2) Etudier et construire $(\mathcal{C}_2)$

3) Etudier et construire $(\mathcal{C}_3)$

4) a) Donner la définition de la développée d'une courbe plane.

b) Donner une représentation paramétrique de la développée (Γ_1) de $(\mathcal{C}_1)$

c) Construire (Γ_1) par rapport au même repère $(0 ; \vec{i}, \vec{j})$ que $(\mathcal{C}_1)$; pour construire (Γ_1) on pourra prendre comme repère auxiliaire dans le plan $(0 ; \vec{i}, \vec{j})$, le repère $(0_1 ; \vec{i}, \vec{j})$ avec $\overrightarrow{00_1} = \frac{2a}{3}\vec{i}$

d) Donner la définition d'une développante d'une courbe plane. Déterminer une des développantes de (Γ_1)

5) Calculer l'aire intérieure à $(\mathcal{C}_3)$

- II -

1) a) Donner la définition du plan osculateur en un point M à une courbe.

b) Déterminer une équation du plan osculateur à $(\mathcal{C})$ en un point M (t) tel que $t \neq (2k + 1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

c) Que peut-on dire de l'existence d'un plan osculateur à $(\mathcal{C})$ en un point M (t) tel que $t = (2k + 1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$?
s'il y a lieu, donner une équation de ce plan.

2) Calculer la longueur L de l'ensemble des points M (t) de $(\mathcal{C})$ lorsque t décrit l'intervalle $[-\pi \quad \pi]$